Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

LISTOPAD 2010

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie; używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

***Życzymy powodzenia*!**

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (*4 pkt*)

Wyznacz wszystkie liczby całkowite, dla których wartość wyrażenia $\frac{(9x^2-4)(x+1)}{3x^3+2x^2-3x-2}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 2. (*4 pkt*)

Wykaż, że wśród rozwiązań równania $|x+2|-|x-4|=6$ istnieje takie, które jest liczbą niewymierną.

Zadanie 3. (*5 pkt*)

Na trapezie opisano okrąg, którego średnica jest jedną z podstaw trapezu. Przekątna trapezu ma długość 12, a długość okręgu wynosi 13π. Oblicz pole trapezu.

Zadanie 4. (*4 pkt*)

Reszty z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x-1)$, $(x+1)$, $(x+2)$ są odpowiednio równe 1, -1, 3. Znajdź resztę z dzielenia tego wielomianu przez wielomian $P(x)=(x-1)(x+1)(x+2)$.

Zadanie 5. (*5 pkt*)

Dla jakich wartości parametru m suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + (m - 5)x + m - 7 = 0$ jest najmniejsza?

Zadanie 6. (*5 pkt*)

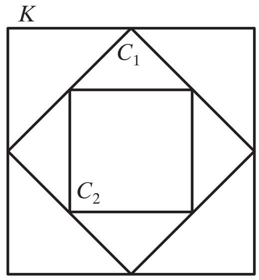
Suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 60. Wysokość jest o 2 większa od długości boku podstawy. Przez przekątną ściany bocznej i środek krawędzi bocznej, niezawierającej się w tej ścianie, poprowadzono płaszczyznę. Oblicz pole otrzymanego w ten sposób przekroju.

Zadanie 7. (*4 pkt*)

Wykaż, że $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) \leqslant 1$.

Zadanie 8. (*5 pkt*)

Pole kwadratu K jest równe 8. Środki boków tego kwadratu połączono, tworząc czworokąt C_1. Następnie połączono środki boków czworokąta C_1, tworząc czworokąt C_2. W podobny sposób utworzono czworokąty C_3, C_4, ….



Suma pól czworokątów $K + C_1 + C_2 + ... + C_n$ jest równa $15\frac{3}{4}$.

Znajdź liczbę n.

Zadanie 9. (*5 pkt*)

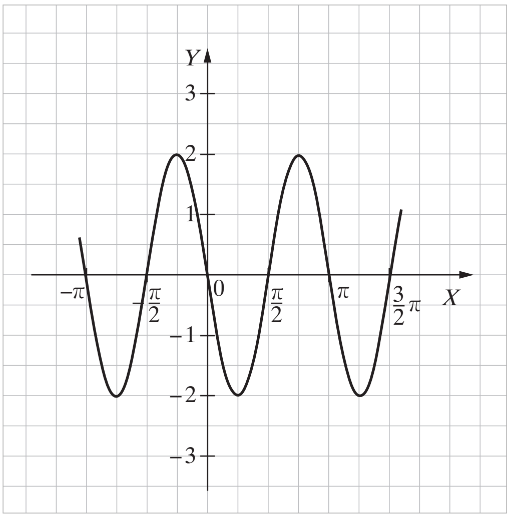
W szufladzie znajdują się skarpetki zielone i niebieskie. Zielone skarpetki są co najmniej dwie, a niebieskich było dwa razy więcej niż zielonych. Z szuflady w sposób losowy wyciągnięto jedną skarpetkę, odłożono ją i wyciągnięto kolejną. Prawdopodobieństwo, że wylosowane w ten sposób dwie skarpetki były koloru zielonego, jest o $\frac{13}{33}$ mniejsze od prawdopodobieństwa, że wyciągnięto dwie skarpetki różnych kolorów. Oblicz, ile skarpetek było w szufladzie.

Zadanie 10. (*5 pkt*)

Dany jest okrąg o środku w punkcie $(2, 1)$ i promieniu $\sqrt{17}$. Punkty A, B są punktami przecięcia tego okręgu z osią OX. Punkt C leży na prostej $3x - y + 3 = 0$, a pole trójkąta ABC jest równe 24. Oblicz współrzędne punktu C.

Zadanie 11. (*4 pkt*)

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji $y = f(x)$, otrzymanego z wykresu funkcji $g(x) = \sin x$ w wyniku odpowiednich przekształceń. Znajdź wzór funkcji f i rozwiąż równanie $f(x) = -\sqrt{3}$.



BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*