

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI  
Próbna Matura z OPERONEM

**Matematyka**  
**Poziom podstawowy**

Listopad 2015

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A	$2^{69} \cdot 2^{34} = 2^{103}$
2.	B	$36^{\frac{3}{2}} = \sqrt{36^3} = 6^3 = 216$ W pozostałych wypadkach liczby są niewymierne.
3.	C	$(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = 7 - 2\sqrt{21} + 3 = 10 - 2\sqrt{21}$
4.	B	$(x + 6)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -6$
5.	B	$3x, 4x$ – przyprostokątne, zatem $9x^2 + 16x^2 = 900 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$ , więc krótsza przyprostokątna ma długość $3 \cdot 6 = 18$
6.	C	$(0,9x) \cdot 1,2 = 1,08x$ , zatem cena zwiększyła się o 8%
7.	A	$x_w = 2$ i ramiona paraboli skierowane są do dołu
8.	A	$x(1 - \sqrt{3}) > 2 \Rightarrow x < \frac{2}{1 - \sqrt{3}} \Rightarrow x < -1 - \sqrt{3}$
9.	A	$ \angle AOB  = 180^\circ - 2 \cdot 48^\circ = 84^\circ \Rightarrow  \angle ACB  = 42^\circ$
10.	C	$-3n + 118 > 0 \Rightarrow n < \frac{118}{3} \Rightarrow n < 39\frac{1}{3} \wedge n \in \mathbb{N}$
11.	A	$(x - 4)^2 = -9$ – równanie sprzeczne
12.	D	Zbiorem wartości funkcji wykładniczej jest $(0, +\infty)$ , a wykres danej funkcji powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej o 3 jednostki do góry.
13.	A	$r = -2 - 1 = -3 \Rightarrow a_9 = 1 + 8 \cdot (-3) = -23$
14.	C	$x = 0 \Rightarrow y = 1$ $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$
15.	B	$y_w = 6$ i ramiona paraboli są skierowane do góry
16.	B	$W = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1} = \frac{5 - 1}{5 + 1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
17.	B	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ , więc drugi kąt ostry ma miarę $\alpha = 30^\circ$
18.	C	Kąt środkowy ma miarę $360^\circ \cdot \frac{1}{9} = 40^\circ$ . Kąt wpisany ma miarę dwa razy mniejszą.
19.	A	$\left( \frac{x - \frac{1}{3}}{2}, \frac{y + \frac{2}{3}}{2} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \Rightarrow x - \frac{1}{3} = -1 \wedge y + \frac{2}{3} = 3 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \wedge y = \frac{7}{3}$
20.	B	$\bar{x} = \frac{1+1+1+1+2+4+5+9}{8} = 3$ $\delta = \sqrt{\frac{4 \cdot (1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 + (9-3)^2}{8}} \approx 2,69$
21.	B	Przekrój osiowy walca jest kwadratem, więc $h = 8, r = 4$ .
22.	D	$15 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \vee \alpha = 150^\circ$
23.	B	Współczynnik kierunkowy prostej $l$ jest równy $\frac{3}{2}$ , zatem współczynnik kierunkowy prostej $k$ jest równy $-\frac{2}{3}$ .
24.	A	Cyfra tysięcy należy do zbioru $\{2, 4, 6, 8\}$ , cyfra setek należy też do zbioru czteroelementowego, bo odejmujemy jedną cyfrę, ale dodajemy zero, cyfra dziesiątek należy do zbioru trzejelementowego, a cyfra jedności należy do zbioru siedmioelementowego, gdyż odejmujemy trzy cyfry.
25.	C	$a^2 \sqrt{2} = 16 \Rightarrow a^2 = 8\sqrt{2} \Rightarrow P_c = 48\sqrt{2}$

## Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Postęp: Zapisanie równania: $\frac{3n-1}{2n+5} = \frac{33}{27}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania i zapisanie wniosku: $n = 12,8 \notin N$ , więc podana liczba nie jest jedenastym wyrazem ciągu.	2
27.	Postęp: Wyznaczenie wyróżnika: $\Delta = -16$ i naszkicowanie paraboli	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x \in R$	2
28.	Postęp: Wyznaczenie dokładnej długości boku trójkąta: $ AB  = 2\sqrt{17}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie długości wysokości trójkąta: $h = \sqrt{51}$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
29.	Postęp: Zapisanie nierówności w postaci: $x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 \geq 0$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie nierówności w postaci wykazującej tezę zadania: $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \geq 0$	2
30.	Postęp: Zapisanie proporcji: $\frac{x}{6\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2} - \frac{x\sqrt{3}}{2}}{\frac{6\sqrt{2}}{2}}$ , $x$ - bok trójkąta	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania, co wykazuje tezę zadania: $x = 6(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	2
31.	Postęp: Zapisanie funkcji w postaci: $f(x) = a(x - 2)^2 + 10$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania: $-2 = 4a + 10$	2
	Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania: $a = -3$ i zapisanie funkcji w postaci: $f(x) = -3(x - 2)^2 + 10$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Przekształcenie wzoru funkcji do postaci ogólnej i zapisanie odpowiedzi: $\begin{cases} a = -3 \\ b = 12 \\ c = -2 \end{cases}$	4
32.	Postęp: Zapisanie potrzebnych wyrazów ciągu w postaci: $a_2 = 4 + r, a_4 = 4 + 3r, a_7 = 4 + 6r$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $(4 + r)^2 + (4 + 3r)^2 + (4 + 6r)^2 = 702$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Doprowadzenie równania do postaci: $46r^2 + 80r - 654 = 0$	3
	Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania: $r = 3 \vee r = -\frac{109}{23}$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie wzoru na ogólny wyraz ciągu: $a_n = 3n + 1 \vee a_n = -\frac{109}{23}n + \frac{201}{23}$	5

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
33.	<p>Postęp:                      Wprowadzenie dokładnych oznaczeń lub wykonanie rysunku z oznaczeniami:  <math>ABC</math> – podstawa ostrosłupa  <math>S</math> – wierzchołek ostrosłupa  <math>S'</math> – spodek wysokości ostrosłupa  <math> S'D  = r = 6</math> – promień okręgu wpisanego w podstawę  <math> \angle SDS'  = 60^\circ</math></p>	1
	<p>Istotny postęp:                      Obliczenie długości wysokości ściany bocznej ostrosłupa: <math> SD  = 12</math></p>	2
	<p>Pokonanie zasadniczych trudności:                      Obliczenie długości krawędzi podstawy i wysokości ostrosłupa:  <math>a = 12\sqrt{3}, H = 6\sqrt{3}</math></p>	4 (3 pkt, gdy wyznaczono tylko jedną długość)
	<p>Rozwiązanie prawie całkowite:                      Obliczenie objętości ostrosłupa: <math>V = 648</math></p>	5
	<p>Rozwiązanie bezbłędne:                      Obliczenie pola powierzchni bocznej ostrosłupa: <math>P = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{3} \cdot 12 = 216\sqrt{3}</math></p>	6