KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Listopad 2016

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\frac{\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\cdot 4^{-\frac{1}{4}}}{0,25}=\frac{-\frac{1}{2}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{4}}=-\frac{2^{-1}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}}{2^{-2}}=-2^{\frac{1}{2}}$ $\left(-2^{\frac{1}{2}}\right)^2=2$
2.	D	$a-b=\log_5 50-\log_5 2=\log_5 25=2$ $a-b=2$ $\frac{a-b}{2}=1$ Wskazówka: można sprawdzać kolejno prawdziwość równości podanych w A, B, C, D.
3.	A	x – pensja pana Jana w październiku (w zł) $\frac{110\%x+x+60\%x}{3}=90\%x$
4.	D	Ramiona paraboli skierowane są ku górze. $x\in(-2,2)$
5.	B	$D=R\setminus\{-3,0\}$ $\frac{-3(9-x^2)(x+3)}{x(x+3)}=0\Leftrightarrow -3(9-x^2)(x+3)=0$ $x=3$, bo $x=-3\notin D$
6.	C	$\frac{2+\sqrt{3}}{a+1}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ dla $a\neq -1$ $a+1=\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$ $a+1=4-3$ $a=0$
7.	C	Proste równoległe mają równe współczynniki kierunkowe. $m+2=2m-1$ $m=3$
8.	D	Pierwiastkami są liczby: $-1, 2, 3$. Suma tych liczb jest równa 4.
9.	C	Wykresy funkcji $f(x)$ i $f(-x)$ są symetryczne względem osi OY. $g(-4)=0$ – najmniejsza wartość funkcji g w przedziale $\langle -4,-1\rangle$.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
10.	D	Proste przecinają się w punkcie $(1,0)$ – przez ten punkt przechodzi też dwusieczna. Wskazówka: wykonaj rysunek pomocniczy.
11.	C	$f(x)=ax+b$ $\begin{cases}0\cdot a+b=-4\\1\cdot a+b=-2\end{cases}\Rightarrow a=2, b=-4$ $f(x)=2x-4$ $f(2)=2\cdot 2-4=0$
12.	A	$ab=-3a<0\Rightarrow a>0$ Współczynnik kierunkowy funkcji f jest dodatni – funkcja jest rosnąca.
13.	B	Wykresem funkcji jest parabola o ramionach skierowanych ku górze. Wierzchołek paraboli znajduje się w punkcie $(1,2)$ i $x=1\in\langle-2,+\infty)$. Zatem najmniejsza wartość to 2, największej wartości funkcja nie przyjmuje.
14.	C	$g(x+1)-4=3^{x+1-1}+1-4=3^x-3$ $3^x-3=0$ $3^x=3^1$ $x=1$
15.	D	$x-1\le\frac{x(x-1)-x^2}{2}\le 1/\cdot 2$ $2x-2\le x^2-x-x^2\le 2$ $2x-2\le -x\le 2/\cdot(-1)$ $-2x+2\ge x\ge -2$ $3x\le 2$ i $x\ge -2$ $-2\le x\le\frac{2}{3}$ Liczby całkowite należące do zbioru rozwiązań nierówności: $-2,-1,0$.
16.	A	Liczby podzielne przez 5 tworzą ciąg arytmetyczny (oznaczmy go (a_n)) o różnicy 5. Najmniejsza z tych liczb to 5, a największa to 395. $395=5+(n-1)\cdot 5$ $390=5n-5$ $n=79$ Ich suma jest równa sumie ciągu arytmetycznego, mającego 79 wyrazów. $S=\frac{5+395}{2}\cdot 79=15800$
17.	C	$a_1+a_1+r+a_1+2r=18$ $3a_1+3r=18/:3$ $a_2=a_1+r=6$
18.	B	$\sqrt{n-2}<2$ i $n\ge 2$ $n-2<4$ $n<6$ $n\in\{2,3,4,5\}$
19.	A	$a\cdot aq\cdot aq^2=(aq)^3=2^3=8$
20.	D	Długości boków trójkąta: 12, 5, 13. Naprzeciw kąta α leży bok długości 12, stąd $\text{tg}\,\alpha=\frac{12}{5}$.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
21.	C	$\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \frac{1}{2} \ / +1$ $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha + 1 = \frac{1}{2} + 1$ $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \frac{3}{2}$ $\sin^2\alpha = \frac{3}{4}$ $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, bo α – kąt ostry $\alpha = 60°$
22.	D	$\|GH\| = R = 3$, $\|EG\| = r = 2$, bo $r + 2R = 8$ $9\pi - 4\pi = 5\pi$
23.	B	Boki trapezu: a, a, $a\sqrt{2}$, $2a$.
24.	A	Boki trójkąta: 17,8,15. Obwód: $17 + 8 + 15 = 40$.
25.	C	$S = (-3, 6)$ – środek odcinka AB $M = \left(-13, -\frac{3}{2}\right)$ – środek odcinka AS $-13 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{39}{2} = 19{,}5$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
26.	I etap rozwiązania Obliczenie lub podanie pierwiastków trójmianu: $x_1 = 1, x_2 = 2$.	1
	II etap rozwiązania Podanie poprawnego zbioru rozwiązań nierówności: $x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$.	2
27.	I etap rozwiązania Zapisanie równości w postaci: $2(x-y)^2 = 1$	1
	II etap rozwiązania Zapisane równości w postaci $x - y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ lub $x - y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ i uzasadnienie, że $x - y = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, bo $x > y$.	2
28.	I etap rozwiązania Zauważenie, że kąt ACB jest kątem prostym i zapisanie zależności między długością odcinka CD i odcinkami AD oraz DB (np. korzystając z własności odpowiednich trójkątów podobnych). $\|CD\|^2 = ab$	1
	II etap rozwiązania Wyznaczenie ab, np. z równości: $\left(\sqrt{2}\right)^2 = ab$, $2 = ab$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
29.	I etap rozwiązania Wyznaczenie drugiego miejsca zerowego funkcji: $x=1$ lub wyznaczenie współczynnika a: $a=2$ Wskazówka: warto wykonać rysunek pomocniczy.	1
	II etap rozwiązania Zapisanie wzoru funkcji, np. w postaci: $f(x)=2(x+3)(x-1)$	2
30.	I etap rozwiązania Zauważenie, że szukaną prostą można opisać wzorem $y=ax$, zapisanie równania kwadratowego z niewiadomą x oraz znalezienie wyróżnika tego równania, np.: $ax=(x-1)^2+1$ $\Delta=a^2+4a-4$	1
	II etap rozwiązania Zauważenie, że $\Delta=0$ dla $a=-2-2\sqrt{2}$ lub $a=-2+2\sqrt{2}$ i zapisanie równań prostych spełniających warunki zadania: $y=\left(-2-2\sqrt{2}\right)x$, $y=\left(-2+2\sqrt{2}\right)x$	2
31.	I etap rozwiązania Zapisanie układu równań (z dwoma lub trzema niewiadomymi) opisującego zależności między wielkościami występującymi w zadaniu, np.: $\begin{cases} x-l=3(y-l) \\ y+l=x \\ l+x=42 \end{cases}$, gdzie x – wiek Anki, y – wiek Danki, l – różnica między wiekiem Anki i Danki	1
	II etap rozwiązania Wyznaczenie wieku Anki: 30 lat i Danki: 18 lat	2
32.	Niewielki postęp: Zapisanie równania z jedną niewiadomą, z którego można wyznaczyć długość jednej z przekątnych, np.: $34-y=y\cdot\operatorname{tg}\alpha$, gdzie y – połowa długości jednej z przekątnych	1
	Istotny postęp: Wyznaczenie długości połowy przekątnych: $x=\frac{34\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha+1}=\frac{34\cdot 2{,}4}{2{,}4+1}=24$, $y=\frac{34}{\operatorname{tg}\alpha+1}=\frac{34}{2{,}4+1}=10$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Wyznaczenie długości boku rombu, np. z twierdzenia Pitagorasa: $a=26$	3
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie obwodu rombu: $L=104$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów
33.	Niewielki postęp: Wyznaczenia równania prostej AB: $y = x + 5$ (jako prostej prostopadłej do symetralnej $-x - y = 0$)	1
	Istotny postęp: Znalezienie współrzędnych środka odcinka AB: $S = \left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ – jako punktu wspólnego prostej AB i symetralnej	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Obliczenie długości podstawy trójkąta: $\lvert AB\rvert = \sqrt{18}$ i wysokości trójkąta: $\lvert CS\rvert = \frac{\sqrt{50}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$	3
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie pola trójkąta: $P = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = 7{,}5$	4
34.	Niewielki postęp: Zapisanie zależności między wyrazami ciągu arytmetycznego oraz zależności między wyrazami ciągu geometrycznego, np.: $x = \frac{x - 3 + y}{2}$, $y^2 = 2y \cdot x$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania z jedną niewiadomą, z którego można wyznaczyć x lub y, np.: $y^2 - 6y = 0$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności zadania: Wyznaczenie x oraz y: $x = 3$, $y = 0$ lub $y = 6$	3
	Rozwiązanie zadania do końca, lecz z usterkami, np. błędami rachunkowymi	4
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie wyrazów ciągu arytmetycznego: $(0, 3, 6)$ oraz wyrazów ciągu geometrycznego: $(3, 6, 12)$	5